

各種大臺北地區土壤參數間之關聯性

卿建業（國立台灣大學土木系 副教授）；陳奕竹（國立台灣科技大學營建系 博士候選人）

關鍵詞：Geo2005、土壤參數、機率分布、工程地質

本研究主要目標為建立砂土摩擦角之關聯性機率模型，並以大臺北地區砂土資料驗證此機率關係。此模型主要根據砂土摩擦角與重要實驗指標的關聯性資料所建立，由於這些資料大部分來自國際，本研究進一步探討該機率模型於大臺北地區砂土資料之適用性：利用Geo2005中大臺北地區砂土摩擦角與標準貫入試驗的關聯性資料，與該機率模型進行比對分析。結果發現多數大臺北地區資料落於此機率關係95%信心區間之內，但仍有部分資料落於信心區間之外，其原因初步推測為部分砂土在取樣時可能受到擾動，且摩擦角多數是由直接剪力實驗得到所致。

一、前言

實務上我們常利用土壤參數間的關連性，根據現地或實驗室實驗所得結果(稍後稱為「實驗指標」)推估砂土之摩擦角。Kulhawy and Mayne(1990)及Phoon(1995)都彙整了前人對於各種實驗指標與摩擦角之關係。根據這個結果，我們可以根據單一實驗指標的資訊更新砂土的摩擦角：例如：利用SPT-N值更新有效摩擦角。然而實作上我們通常有多重實驗指標的資訊，例如：進行現地鑽孔取樣後，通常都會得到SPT-N值，粒徑分布曲線、土壤單位重(unit weight)等，這些實驗指標常與摩擦角具有關連性。如何藉由多重實驗指標同時更新摩擦角的不確定性，成為研究的課題之一。

本文討論如何根據多重實驗指標更新砂土摩擦角之不確定性，本研究提出砂土摩擦角之簡化機率模型，用以描述摩擦角與其有關的重要實驗指標之關係，並藉由貝氏分析根據多重實驗指標更新摩擦角之不確定性。本文提出多組計算公式，其輸入為量測到的多重實驗指標，輸出為更新後的摩擦角期望值(mean value)及變異係數(coefficients of variation, c.o.v.)，而黏土部分的相關研究請參照Ching et al. (2008)。本文最終以Geo2005中大臺北地區砂土摩擦角與SPT-N值之資料為例進行關聯性比較。

二、砂土之機率模型

圖1為本文假設之砂土機率模型，本模型中與砂土摩擦角有關之實驗指標為：(a)相對密度(D_r)、均勻係數(C_u)與有效圍壓(σ'_v)；(b)修正後的SPT-N值($(N1)60$)，為將SPT-N值對能量及垂直有效應力進行修正後之SPT-N值；(c)修正後圓錐貫入實驗(cone penetration test, CPT)值(Q_c')，為對垂直有效應力進行修正後之CPT值。

本模型有以下幾個假設：(a)相對密度及均勻係數相較於摩擦角而言為較根本之土壤參數，換句話說，摩擦角被視為相對密度及均勻係數的後果(或是相對密度及均勻係數為影響摩擦角的原因)；(b)在砂土摩擦角已知之前提下， $(N1)60$ 、 Q_c' 與 $\{D_r, C_u, \sigma'_v\}$ 間為獨立。換句話說，摩擦角為 $(N1)60$ 、 Q_c' 的充份統計值(sufficient statistics)，一旦給定摩擦角，則 $\{D_r, C_u, \sigma'_v\}$ 不再提供 $(N1)60$ 、 Q_c' 相關資訊；(c)給定摩擦角，則 $(N1)60$ 、 Q_c' 互相獨立。

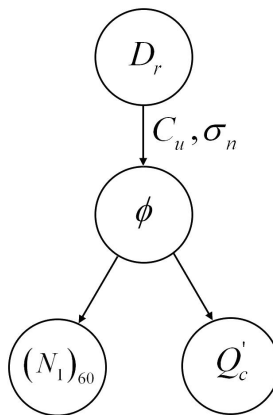


圖1 砂土之機率模型

以下我們根據所蒐集到之土壤參數一對一關係資料，建立分析所需之一對一機率關係，包括：(a) ϕ 與 $\{D_r, C_u, \sigma_n\}$ 之機率模型；(b) ϕ 與 $(N_1)_{60}$ 之機率模型；(c) ϕ 與 Q'_c 之機率模型。

f 與 $\{D_r, C_u, S_n\}$ 之機率模型

我們假設 $\{D_r, C_u, \sigma_n\}$ 為影響摩擦角之基本實驗指標，並採用Duncan(2004)所提出之經驗公式(根據Lee and Seed(1967)中125個組合砂實驗資料)：

$$f = A + B \cdot D_r - (C + D \cdot D_r) \log_{10}(s_n / P_a) \dots(1) + e_{f|D_r, C_u}$$

其中A、B、C、D為與 C_u 有關的係數，列於表一中； $\varepsilon_{\phi|D_r, C_u}$ 為預測誤差，期望值為0，表中 $\varepsilon_{\phi|D_r, C_u}$ 之標準差表示為 $\sigma_{\phi|D_r, C_u}$ ，根據不同 C_u 其範圍在 3.1° 到 3.2° 之間。

表一 Duncan公式之參數

級配分類	A	B	C	D	標準差 $\sigma_{\phi D_r, C_u}$	資料筆數
礫石 $C_u > 4$	44	10	7	2	3.1°	69
砂 $C_u > 6$	39	10	3	2	3.2°	26
砂 $C_u < 6$	34	10	3	2	3.2°	30

當 $\{D_r, C_u, \sigma_n\}$ 均為未知的情況下，需要一個 ϕ 的事先機率密度函數(prior PDF)以進行分析，由於一般砂土與礫石摩擦角大多落於 20° 至 50° 之間，本研究採用一個相當寬廣的高斯分布做為 ϕ 的prior PDF，此PDF之期望值為 35° ，標準差為 5° 。

f 與 $(N_1)_{60}$ 之機率模型

砂土摩擦角與SPT-N值之關連性為眾所周知的，圖2中繪出Duan et al.(1991)、Hatanaka and Uchida(1996)所得摩擦角與SPT-N值之資料，其中Hatanaka and Uchida(1996)之土體樣本為高品質之冰凍樣本。本研究利用這些資料回歸出摩擦角與 $(N_1)_{60}$ 之機率關係。我們採用Chen(2004)所建議之公式，且利用最大可能性函數方法(maximum likelihood method)估算其待定參數以及其標準差，如下：

$$\log_{10}\left((N_1)_{60}\right) = \frac{f - 27.5}{9.2} + e_{\log_{10}((N_1)_{60})|f} \dots\dots(3)$$

其中 $\varepsilon_{\log_{10}((N_1)_{60})|f}$ 之標準差為0.475。本模型之期望值及95%信心區間繪於圖2。

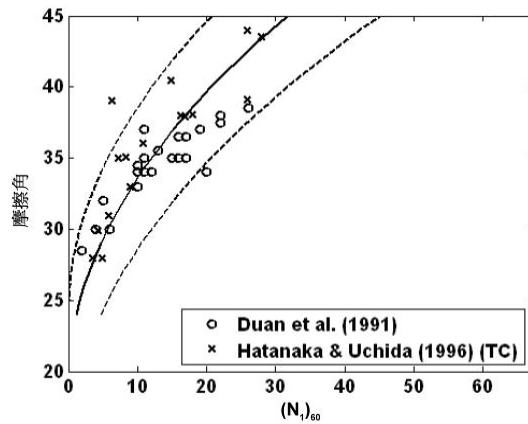


圖2 本研究所提出之 ϕ 與 $(N_1)_{60}$ 之機率模型

f 與 Q'_c 之機率模型

Kulhawy and Mayne(1990)研究摩擦角與 Q'_c 之關係，所搜集資料如圖3所示，其中摩擦角之資料包括正常壓密(normally consolidated, NC)與過壓密(overconsolidated, OC)砂土藉由三軸壓縮實驗所求得。Kulhawy and Mayne(1990)所提出之關係式如下：

$$f = 17.6 + 11.0 \cdot \log_{10}(Q'_c) + e_{f|Q'_c} \dots\dots (5)$$

其中 $Q'_c = [Q_c/P_a]/[\sigma_{v0}/P_a]^{1/2}$ 為修正後CPT值。估得之 $\varepsilon_{\phi|Q'_c}$ 標準差為 2.8° 。

Kulhawy and Mayne(1990)所提出之關係可用來得到 $f(\phi|Q'_c)$ ；然而本研究所需要的是 $f(Q'_c|\phi)$ ，因此需要將式(5)轉換成：

$$\ln(Q'_c) = (f - 17.6)/4.777 + e_{\ln(Q'_c)|f} \dots\dots (6)$$

其中 $\varepsilon_{\ln(Q'_c)|\phi}$ 為量測誤差，請注意原本在式(5)中以10為底之對數在式(6)中已轉成自然對數。採用maximum likelihood method估算 $\varepsilon_{\ln(Q'_c)|\phi}$ 之標準差為0.655，圖3繪出所求得之期望值與95%信心區間。

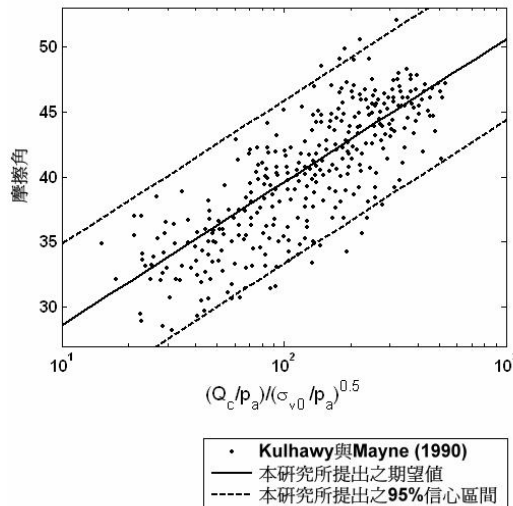


圖3 本研究提出之 ϕ 與 Q'_c 之機率模型

三、貝氏推論(Bayesian inference)與多重實驗資料

當實驗指標之資訊為單一的情況下，更新土壤剪力強度之期望值與變異係數並不困難。然而當實驗指標為多重時，如何根據這些資料更新剪力強度之期望值與變異係數是個不容易的問題。貝氏分析適合處理多重資訊的問題。基本的貝氏規則(Bayes' rule)符合下列公式：

$$f(y|x) = \frac{f(x|y)f(y)}{f(x)} \dots\dots\dots(24)$$

其中x與y皆為向量；y為我們所關心之不確定參數，而x為量測到之參數。f(y)為y的prior PDF，此PDF量化在尚未量測到x之前y的不確定性。f(x|y)稱為可能性函數(likelihood function)，為y已知x時的PDF。f(y|x)為量測到x之後，y之事後機率密度函數(posterior PDF)。

3.1 貝氏分析的基本原則

舉例而言，若y為摩擦角，而D_r、C_u、σ_n為事先資訊，則f(φ|D_r,C_u,σ_n)可視為prior PDF f(y)，如果量測到之參數x為(N₁)₆₀，則f(x|y)為f((N₁)₆₀|φ)，因此：

$$\begin{aligned} & f(f|(N_1)_{60}, D_r, C_u, \sigma_n) \\ &= \frac{f((N_1)_{60}|f)f(f|D_r, C_u, \sigma_n)}{\int f((N_1)_{60}|f)f(f|D_r, C_u, \sigma_n)df} \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

此PDF為藉由多重資訊{(N₁)₆₀,D_r,C_u,σ_n}更新過後之摩擦角的posterior PDF。在上式中我們已經代入先前所提及之模型假設：給定φ，(N₁)₆₀與{D_r,C_u,σ_n}互為獨立，因此

$$\begin{aligned} & f(f|(N_1)_{60}, D_r, C_u, \sigma_n) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{2 \times 0.475^2} [\log_{10}((N_1)_{60}) - (f-27.5)/9.2]^2} \cdot \frac{1}{2 \times \sigma^2} [f - A - B \cdot D_r + (C + D \cdot D_r) \log_{10}(s_n/P_s)]^2}}{\int e^{-\frac{1}{2 \times 0.475^2} [\log_{10}((N_1)_{60}) - (f-27.5)/9.2]^2} \cdot \frac{1}{2 \times \sigma^2} [f - A - B \cdot D_r + (C + D \cdot D_r) \log_{10}(s_n/P_s)]^2} df} \dots\dots\dots(26) \end{aligned}$$

我們藉由三個情況圖示貝氏分析之結果，這三個情況之D_r=10%，C_u=5，σ_n=90kN/m²，而(N₁)₆₀分別為：(a)(N₁)₆₀=5；(b)(N₁)₆₀=17；(c)(N₁)₆₀=37。根據表一可知，f(y)為f(φ|D_r=10%,C_u=5,σ_n=90kN/m²)，為期望值32.9°而標準差3.2°之高斯分布，為圖八中之虛線。圖八中之點虛線分別為(N₁)₆₀=5、17、37之likelihood functions。

範例(a)之likelihood function較為尖銳，代表(N₁)₆₀包含較多摩擦角之資訊，因此posterior PDF(圖4中之實線)被likelihood function所主控；範例(b)與(c)之likelihood function較為平緩，因此posterior PDF為prior PDF與likelihood PDF之妥協結果。

更新後摩擦角之期望值與二次矩為：

$$\begin{aligned} & E(f|(N_1)_{60}, D_r, C_u, \sigma_n) \\ &= \frac{\int f \cdot e^{-\frac{1}{2 \times 0.475^2} [\log_{10}((N_1)_{60}) - (f-27.5)/9.2]^2} \cdot \frac{1}{2 \times \sigma^2} [f - A - B \cdot D_r + (C + D \cdot D_r) \log_{10}(s_n/P_s)]^2} df}{\int e^{-\frac{1}{2 \times 0.475^2} [\log_{10}((N_1)_{60}) - (f-27.5)/9.2]^2} \cdot \frac{1}{2 \times \sigma^2} [f - A - B \cdot D_r + (C + D \cdot D_r) \log_{10}(s_n/P_s)]^2} df} \dots\dots\dots(27) \end{aligned}$$

與

$$\begin{aligned}
& E(f^2 | (N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) \\
&= \frac{\int f^2 \cdot e^{\frac{-1}{2 \times 0.475^2} [\log_{10}((N_1)_{60}) - (f-27.5)/9.2]^2 - \frac{1}{2 \times \sigma^2} [f - A - B \cdot D_r + (C + D \cdot D_r) \log_{10}(S_n/P_u)]^2} df}{\int e^{\frac{-1}{2 \times 0.475^2} [\log_{10}((N_1)_{60}) - (f-27.5)/9.2]^2 - \frac{1}{2 \times \sigma^2} [f - A - B \cdot D_r + (C + D \cdot D_r) \log_{10}(S_n/P_u)]^2} df}
\end{aligned}
\tag{28}$$

根據多重資料 $\{(N_1)_{60}, D_r, C_u, \sigma_n\}$ 更新後之摩擦角 c.o.v. 表示為 $\delta(\phi | (N_1)_{60}, D_r, C_u, \sigma_n)$:

$$\begin{aligned}
& d(f | (N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) \\
&= \frac{\sqrt{E(f^2 | (N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) - E(f | (N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n)^2}}{E(f | (N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n)}
\end{aligned}
\tag{29}$$

上述為嚴謹之貝氏分析推導，其計算與使用上並不方便，因為需求解積分式。在下列章節中，將以一階二次矩法(First-Order Second Moment method, FOSM (Ang and Tang 1984))概算更新後之期望值及變異係數之解析解。

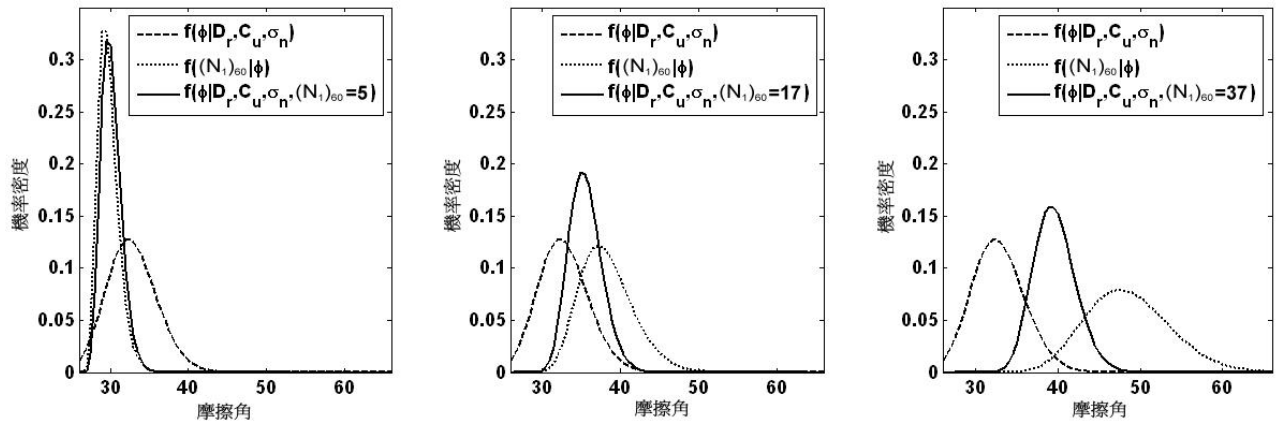


圖4 貝氏分析之圖示，由左至右之 $(N_1)_{60}$ 分別為5、17、37

3.2 基於FOSM之貝氏分析

令 $x=q(y)+\varepsilon$ ，其中 $q(y)$ 通常為非線性函數， ε 為高斯分布，期望值為 0，共變異數矩陣 (covariance matrix) 為 Σ 。FOSM 將 $q(y)$ 簡化為以下之線性式：

$$x \approx q[E(y)] + \nabla_y q[E(y)] \cdot [y - E(y)] + e \dots (30)$$

其中 $\nabla_y q[E(y)]$ 為 $q(y)$ 位在 y 期望值之梯度。如果進一步假設 x 與 y 為聯合高斯分布 (jointly Gaussian)，則會得到下列結果：

$$\begin{aligned} E(y|x) &= E(y) + \text{Cov}(y,x)\text{Var}(x)^{-1}[x - E(x)] \\ \text{Var}(y|x) &= \text{Var}(y) - \text{Cov}(y,x)\text{Var}(x)^{-1}\text{Cov}(y,x)^T \\ &\dots\dots\dots(31) \end{aligned}$$

其中

$$\text{Cov}(y,x) \approx \text{Var}(y) \cdot \nabla_y q[E(y)]^T \dots\dots(32)$$

此為 y 與 x 之共變異數矩陣； $\text{Var}(y)$ 為 y 之變異數 - 共變異數矩陣 (variance-covariance matrix)；

$$\begin{aligned} E(x) &\approx q[E(y)] \\ \text{Var}(x) &\approx \nabla_y q[E(y)] \cdot \text{Var}(y) \cdot \nabla_y q[E(y)]^T + \Sigma \\ &\dots\dots\dots(33) \end{aligned}$$

其中 $E(x)$ 與 $\text{Var}(x)$ 分別為 x 之期望值與變異數 - 共變異數矩陣。

舉例而言，如果 y 為摩擦角，而 D_r 、 C_u 、 σ_n 為事先資訊，則 $E(y | D_r, C_u, \sigma_n)$ 是 $A+B \cdot D_r - (C+D \cdot D_r) \log_{10}(\sigma_n/P_a)$ 而 $\text{Var}(y | D_r, C_u, \sigma_n)$ 是 $\sigma^2_{\phi | D_r, C_u}$ 。若 x 為量測到之 $(N_1)_{60}$ 之對數值，則 $E(x | D_r, C_u, \sigma_n)$ 與 $\text{Var}(x | D_r, C_u, \sigma_n)$ 可藉由 FOSM 近似如下：

$$\begin{aligned} E(x | D_r, C_u, \sigma_n) &= E[\log_{10}((N_1)_{60}) | D_r, C_u, \sigma_n] \\ &= E[(f - 27.5)/9.2 | D_r, C_u, \sigma_n] \\ &\approx [(A + B \cdot D_r - (C + D \cdot D_r) \log_{10}(\sigma_n/P_a)] - 27.5 / 9.2 \\ &\dots\dots\dots(34) \end{aligned}$$

同時

$$\begin{aligned} \text{Var}(x | D_r, C_u, \sigma_n) &= \text{Var}[\log_{10}((N_1)_{60}) | D_r, C_u, \sigma_n] \dots\dots\dots(35) \\ &= \text{Var}([(f - 27.5)/9.2 | D_r, C_u, \sigma_n] \\ &\quad + \text{Var}(e_{\log_{10}((N_1)_{60})|f}) \\ &= \left(\frac{1}{9.2}\right)^2 s_{f|D_r, C_u}^2 + 0.475^2 \end{aligned}$$

經推導後可得到：

$$\begin{aligned} \text{Cov}(y, x) &= \text{Cov}\left[f, \log_{10}\left((N_1)_{60}\right)\right] \dots\dots\dots (36) \\ &= \frac{1}{9.2} \cdot S_{f|D_r, C_u}^2 \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned} E(f | (N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) &= F_{A,B,C,D}(D_r, S_n) + \frac{(1/9.2) \cdot S_{f|D_r, C_u}^2}{(1/9.2)^2 \cdot S_{f|D_r, C_u}^2 + 0.475^2} \cdot \\ &[\log_{10}\left((N_1)_{60}\right) - [F_{A,B,C,D}(D_r, S_n) - 27.5]/9.2] \\ &\dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(f | (N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) &= S_{f|D_r, C_u}^2 - \frac{[(1/9.2) \cdot S_{f|D_r, C_u}^2]^2}{(1/9.2)^2 \cdot S_{f|D_r, C_u}^2 + 0.475^2} \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

其中 $F_{A,B,C,D}(D_r, \sigma_n)$ 為函式 $A+B \cdot D_r - (C+D \cdot D_r) \cdot \log_{10}(\sigma_n/P_a)$ ；而 **c.o.v.** 為

$$\begin{aligned} d(f | (N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) &= \frac{\sqrt{\text{Var}(f | (N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n)}}{E(f | (N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n)} \\ &= \frac{\sqrt{S_{f|D_r, C_u}^2 - [(1/9.2) \cdot S_{f|D_r, C_u}^2]^2 / [(1/9.2)^2 \cdot S_{f|D_r, C_u}^2 + 0.475^2]}}{F_{A,B,C,D}(D_r, S_n) + \frac{(1/9.2) \cdot S_{f|D_r, C_u}^2}{(1/9.2)^2 \cdot S_{f|D_r, C_u}^2 + 0.475^2} [\log_{10}\left((N_1)_{60}\right) - [F_{A,B,C,D}(D_r, S_n) - 27.5]/9.2]} \\ &\dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

四、分析結果

根據FOSM的方法，在多重實驗指標組合下更新後砂土摩擦角之期望值與變異數 (**c.o.v.**可藉由式(39)得之)條列於下，而黏土部分之分析結果請參照Ching et al.(2008)：給定 D_r 、 C_u 、 σ_n ：

礫石 $C_u > 4$
 $E(f | D_r, C_u, S_n) = F_{44,10,7,2}(D_r, S_n) \dots\dots\dots (40)$

$\text{Var}(f | D_r, C_u, S_n) = (3.1^\circ)^2$
 砂 $C_u > 6$
 $E(f | D_r, C_u, S_n) = F_{39,10,3,2}(D_r, S_n) \dots\dots\dots (41)$

$\text{Var}(f | D_r, C_u, S_n) = (3.2^\circ)^2$
 砂 $C_u < 6$
 $E(f | D_r, C_u, S_n) = F_{34,10,3,2}(D_r, S_n) \dots\dots\dots (42)$

$\text{Var}(f | D_r, C_u, S_n) = (3.2^\circ)^2$

給定(N₁)₆₀ :

$$E(f|(N_1)_{60}) = 30.748 + 5.216 \cdot \log_{10}((N_1)_{60}) \dots (43)$$
$$\text{Var}(f|(N_1)_{60}) = (3.290^\circ)^2$$

給定Q'_c :

$$E(f|Q'_c) = 22.497 + 3.433 \cdot \ln(Q'_c) \dots (44)$$
$$\text{Var}(f|Q'_c) = (2.652^\circ)^2$$

給定(N₁)₆₀, D_r, C_u, σ_n :

礫石 C_u > 4

$$E(f|(N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) = 0.665 \cdot F_{44,10,7,2}(D_r, S_n) \dots (45)$$
$$+ 3.080 \cdot \log_{10}((N_1)_{60}) + 9.206$$
$$\text{Var}(f|(N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) = (2.528^\circ)^2$$

砂 C_u > 6

$$E(f|(N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) = 0.651 \cdot F_{39,10,3,2}(D_r, S_n) \dots (46)$$
$$+ 3.211 \cdot \log_{10}((N_1)_{60}) + 9.599$$
$$\text{Var}(f|(N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) = (2.582^\circ)^2$$

砂 C_u < 6

$$E(f|(N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) = 0.651 \cdot F_{34,10,3,2}(D_r, S_n) \dots (47)$$
$$+ 3.211 \cdot \log_{10}((N_1)_{60}) + 9.599$$
$$\text{Var}(f|(N_1)_{60}, D_r, C_u, S_n) = (2.582^\circ)^2$$

給定Q'_c, D_r, C_u, σ_n :

礫石 C_u > 4

$$E(f|Q'_c, D_r, C_u, S_n) = 0.505 \cdot F_{44,10,7,2}(D_r, S_n) \dots (48)$$
$$+ 2.366 \cdot \ln(Q'_c) + 8.718$$
$$\text{Var}(f|Q'_c, D_r, C_u, S_n) = (2.202^\circ)^2$$

砂 C_u > 6

$$E(f|Q'_c, D_r, C_u, S_n) = 0.489 \cdot F_{39,10,3,2}(D_r, S_n) \dots (49)$$
$$+ 2.442 \cdot \ln(Q'_c) + 8.998$$
$$\text{Var}(f|Q'_c, D_r, C_u, S_n) = (2.237^\circ)^2$$

砂 C_u < 6

$$E(f|Q'_c, D_r, C_u, S_n) = 0.489 \cdot F_{34,10,3,2}(D_r, S_n) \dots (50)$$
$$+ 2.442 \cdot \ln(Q'_c) + 8.998$$
$$\text{Var}(f|Q'_c, D_r, C_u, S_n) = (2.237^\circ)^2$$

給定 $(N_1)_{60}$ 、 Q'_c :

$$E(f|(N_1)_{60}, Q'_c) = 23.844 + 2.477 \cdot \log_{10}((N_1)_{60}) + 2.509 \cdot \ln(Q'_c) \dots (51)$$

$$Var(f|(N_1)_{60}, Q'_c) = (2.267^\circ)^2$$

給定 $(N_1)_{60}$ 、 Q'_c 、 D_r 、 C_u 、 σ_n :

礫石 $C_u > 4$

$$E(f|(N_1)_{60}, Q'_c, D_r, C_u, \sigma_n) = 0.402 \cdot F_{44,10,7,2}(D_r, \sigma_n) \dots (52)$$

$$+ 1.863 \cdot \log_{10}((N_1)_{60}) + 1.887 \cdot \ln(Q'_c) + 12.522$$

$$Var(f|(N_1)_{60}, Q'_c, D_r, C_u, \sigma_n) = (1.967^\circ)^2$$

砂 $C_u > 6$

$$E(f|(N_1)_{60}, Q'_c, D_r, C_u, \sigma_n) = 0.387 \cdot F_{39,10,3,2}(D_r, \sigma_n) \dots (53)$$

$$+ 1.911 \cdot \log_{10}((N_1)_{60}) + 1.935 \cdot \ln(Q'_c) + 12.840$$

$$Var(f|(N_1)_{60}, Q'_c, D_r, C_u, \sigma_n) = (1.991^\circ)^2$$

砂 $C_u < 6$

$$E(f|(N_1)_{60}, Q'_c, D_r, C_u, \sigma_n) = 0.387 \cdot F_{34,10,3,2}(D_r, \sigma_n) \dots (54)$$

$$+ 1.911 \cdot \log_{10}((N_1)_{60}) + 1.935 \cdot \ln(Q'_c) + 12.840$$

$$Var(f|(N_1)_{60}, Q'_c, D_r, C_u, \sigma_n) = (1.991^\circ)^2$$

五、案例分析

本案例主要範圍為大臺北地區，採用Geo2005中大臺北地區之鑽探資料為基礎進行比對分析，以驗證前面提出的分析公式是否適用於大台北地區，在此僅針對砂土之標準貫入實驗N值(SPT-N)與摩擦角之關係進行比對分析。

在Geo2005中包含之SPT-N值為原始之N值，本研究假設土壤濕土單位重為19kN/m³、地下水水位面位於地表，根據資料庫中樣本深度得到垂直有效應力，以得到覆土應力之修正參數CN = (1大氣壓力/垂直有效應力)0.5，覆土應力修正公式為N1 = CN*N，其中N1為對覆土應力修正後之SPT-N值。SPT-N值除了需要對覆土應力進行修正外，還需要對試驗能量進行修正，其公式為(N1)₆₀ = CE*N1，其中CE為能量修正參數，因為臺灣的落槌能量約為60%，因此CE = 1。在Geo2005資料中本研究採用資料庫中的尖峰摩擦角。

資料庫中摩擦角之資料較少，如碰到有摩擦角資料但無SPT-N資料時，本研究則在資料庫中找出此摩擦角資料之專案及鑽探孔位編號，並利用深度差距2公尺內的SPT-N資料視為此組摩擦角所對應之原始SPT-N資料。根據此準則，本研究自Geo2005資料庫中得到摩擦角對SPT-N值資料約700筆，其關係與先前分析結果

(式43)之比較如圖5所示。大部分資料落於 $(N_1)_{60} = 10$ 而摩擦角為34度附近，這些資料點大致位於式43所預期的95%信心區間之中，然而也有一部分資料落於信心區間之外的右下方，這可能是因為所取得的砂土為擾動樣本。又Geo2005中尖峰摩擦角大部分是藉由直接剪力試驗求得，而直接剪力試驗的結果與三軸試驗的結果亦有些偏差。

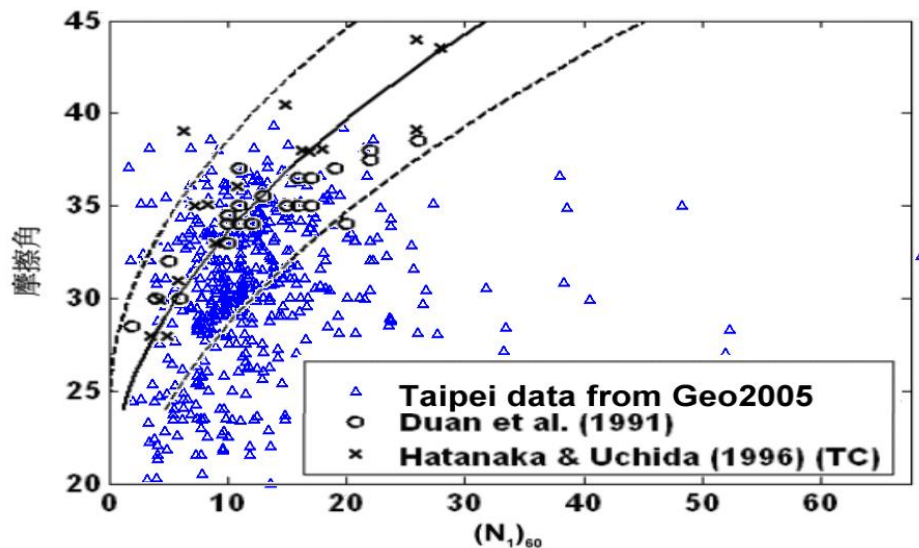


圖5 摩擦角與 $(N_1)_{60}$ 之關係

六、結論

本研究提出一個機率分析方法，本方法可根據多重現地與實驗室實驗所得之實驗指標更新砂土摩擦角，本方法根據前人研究所提出土壤參數間一對一之關係，進一步利用多重實驗指標同時更新摩擦角 (ϕ) ，我們選定相對密度、均勻係數、SPT-N與CPT讀數作為與摩擦角有關之實驗指標。本文之主要成果為多組簡化的計算公式，其輸入為量測到的多重實驗指標，而輸出為更新後的摩擦角之期望值(mean value)及變異係數(coefficient of variation, c.o.v.)，最終並以Geo2005中大臺北地區砂土摩擦角與SPT-N值之資料為例進行比對分析。

參考文獻

- ANG, A. H. S. AND TANG W. H. (1984). Probability Concepts in Engineering Planning and Design: Basic Principles, John Wiley and Sons.
- CHEN, J. R. (2004). Axial Behavior of Drilled Shafts in Gravelly Soils,

- PhD thesis, Cornell University.
- Ching, J., Chen, Y.-C. and Phoon, K.-K. (2008), Reducing shear strength uncertainties in clays by multivariate correlations, in review by Canadian Geotechnical Journal.
- DUAN, S.W., WANG, R.F. AND WANG, J.H. (1991). Applications of electronic cone in estimating ultimate capacities of driven piles – case studies. Sino-Geotechnics, 36, 6-19. (In Chinese)
- DUNCAN, J.M. (2004). Friction angle for sand, gravel and rockfill. Notes of a Lecture Presented at the Kenneth L. Lee Memorial Seminar, Long Beach, California.
- HARA, A., OHTA, T., NIWA, M., TANAKA, S., AND BANNO, T. (1974). Shear modulus and shear strength of cohesive soils. Soils and Foundations, 14(3), 1-12.
- HATANAKA, M. AND UCHIDA, A. (1996), Empirical correlation between penetration resistance and internal friction angle of sandy soils. Soils and Foundations, 36(4), 1-9.
- KULHAWY, F.H. AND MAYNE, P.W. (1990). Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design, Report EL-6800, Electric Power Research Institute, Palo Alto.
- LEE, K.L, AND SEED, HB (1967). Drained strength characteristics of sands. ASCE Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, 93(6), 117-141.
- PHOON, K. K. (1995), Reliability-based Design of Foundations for Transmission Line Structures. Ph.D. Dissertation, Cornell University, Ithaca, NY.